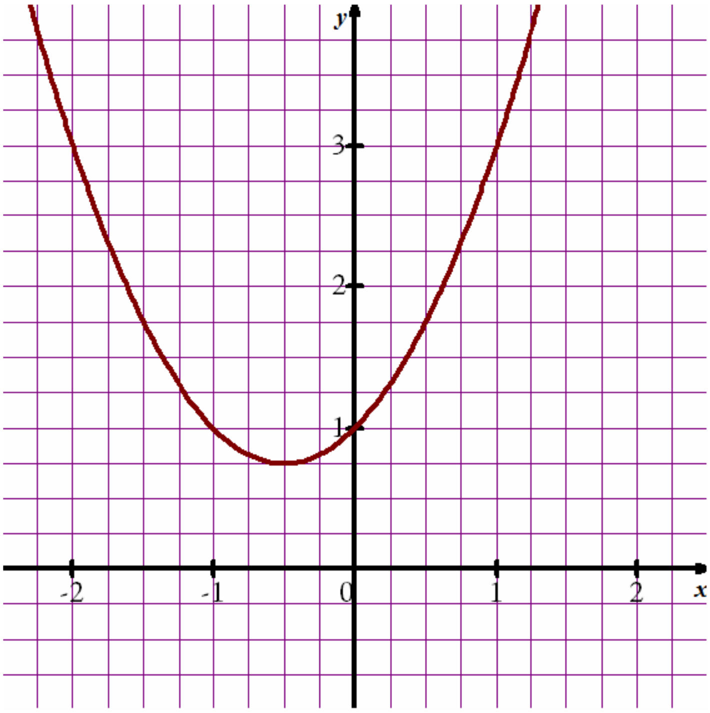
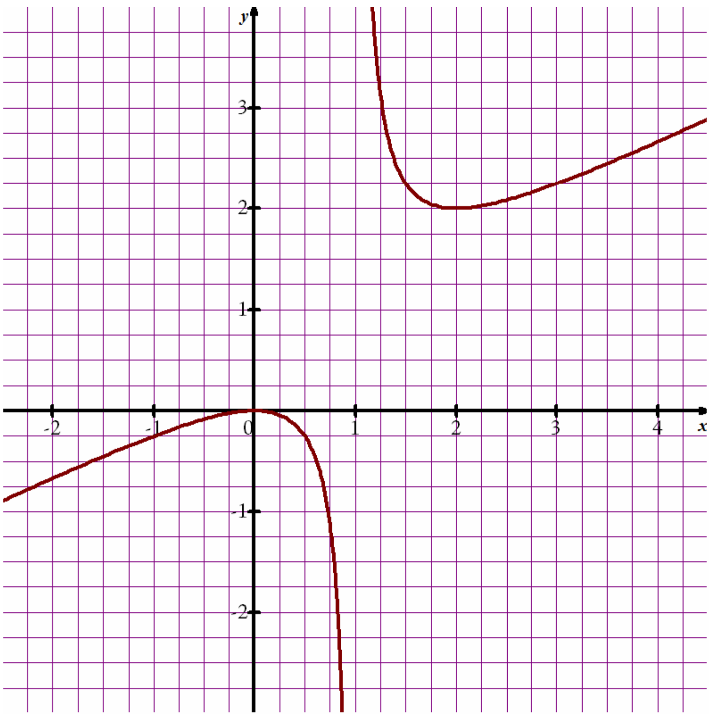
Fonctions II
Représentation graphique

I- Définition

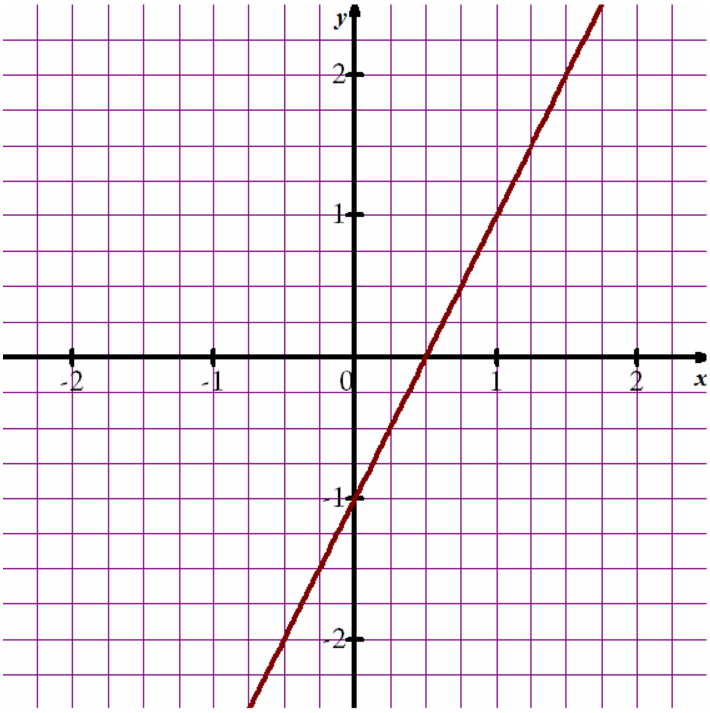
Exercice 1



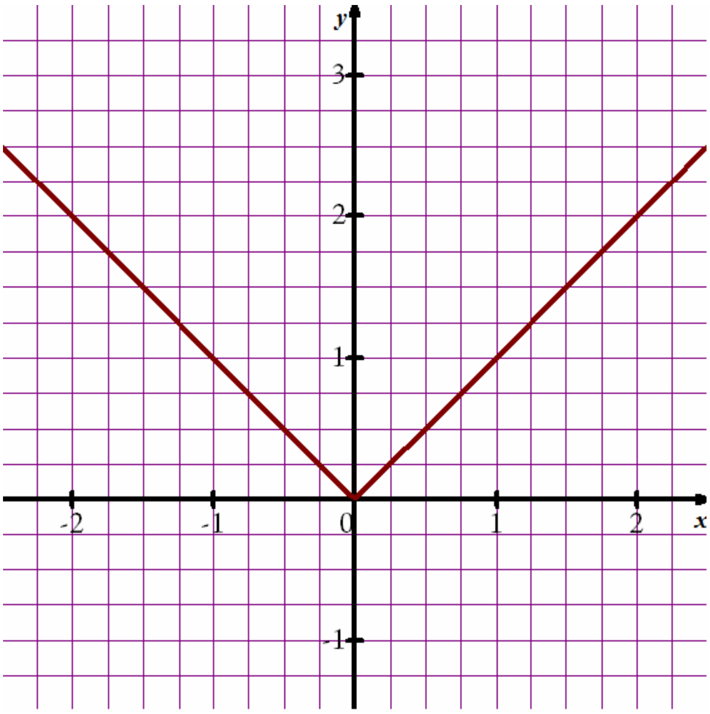
Exercice 2



Exercice 3



Exercice 4



Exercice 5

a) $f(2) \approx 5$; $f(1) \approx 3{,}5$; $f(0) \approx 1$; $f(-1) \approx -2{,}5$

b) Les antécédents de 5 semblent être 2 et 4.
Ceux de 1 semblent être 0 et 6.

c) Environ 5,5.

d) $]-\infty;2] \cup [4;+\infty[$

Exercice 6

a) $g(1)\approx 5$; $g(0)\approx 1$
b) 0,3 ; 2 et 3,7
c) 1 et 5 sont les deux réponses possibles.
d) Valeur minimale : 1
Valeur maximale : 5 (attention, la valeur maximale est lue en le point d'abscisse 4 et non en celui d'abscisse 1).
e) Oui. Par exemple $-0{,}1$.
f) $[0;+\infty[$.

Exercice 7

C_1 et C_3 ne peuvent pas être des courbes de fonctions. C_2 et C_4 le peuvent.

Exercice 8

a) Oui. De la fonction nulle : $x\mapsto 0$.
b) Non.
c) Oui. $[-3;-1]\cup[0;2]$.
d) Non.

II- Égalités, inégalités

Exercice 9

a) Oui. $]-\infty;-3]\cup[3;+\infty[$.
b) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$
c) $]-\infty;1]$
d) $\{-1;3\}$
e) $[1;3]$

Exercice 10

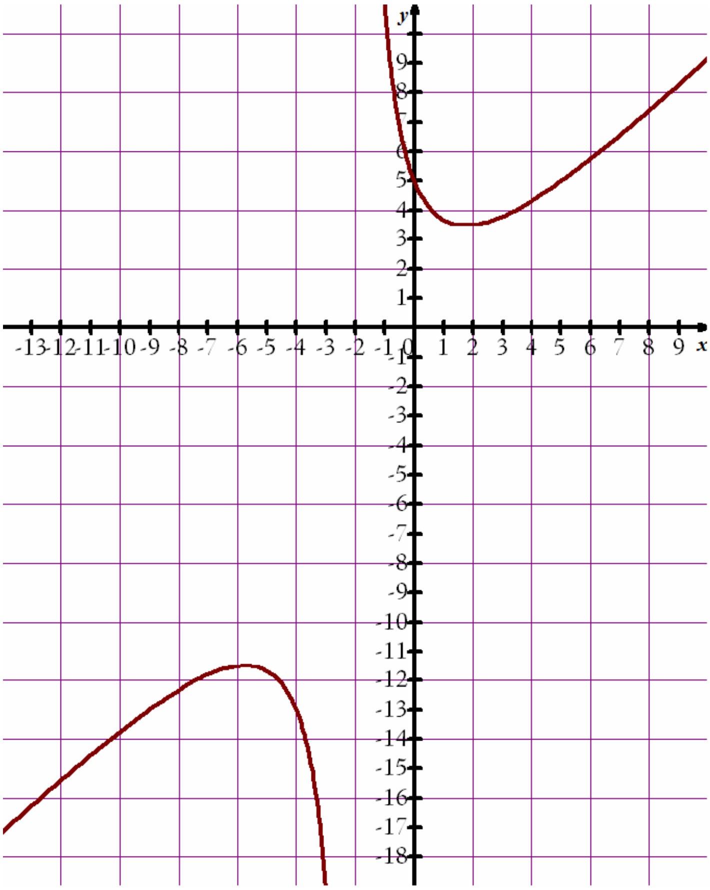
a) $]0;1]$
b) $\{1\}$
c) $]-\infty;0]\cup]1;+\infty[$

III- Calculatrice graphique

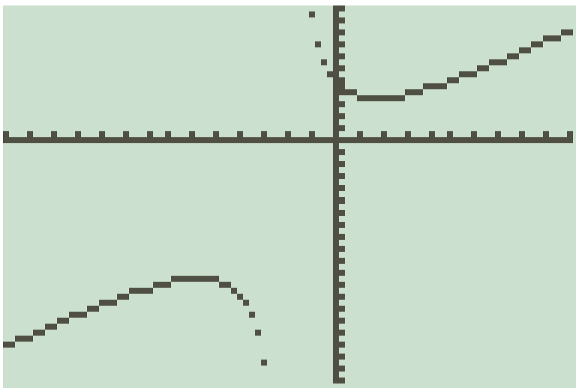
Exercice 11

1- $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

2-



```
WINDOW
 Xmin=-14
 Xmax=10
 Xscl=1
 Ymin=-20
 Ymax=11
 Yscl=1
 Xres=1
```



En appuyant sur (trace) plutôt que sur (graphe), on pourra déplacer un point sur la courbe tout en lisant, en bas de l'écran, ses coordonnées.

On pourra aussi modifier les paramètres de la fenêtre graphique de façon à observer plus précisément telle ou telle partie de la courbe.

a) 3,5 (en réalité, la valeur exacte est $-4+\sqrt{56}$).

b) Il n'y en a pas. En rapprochant x de -2 (« par la droite »), les valeurs de $f(x)$ deviennent aussi grandes que l'on veut.

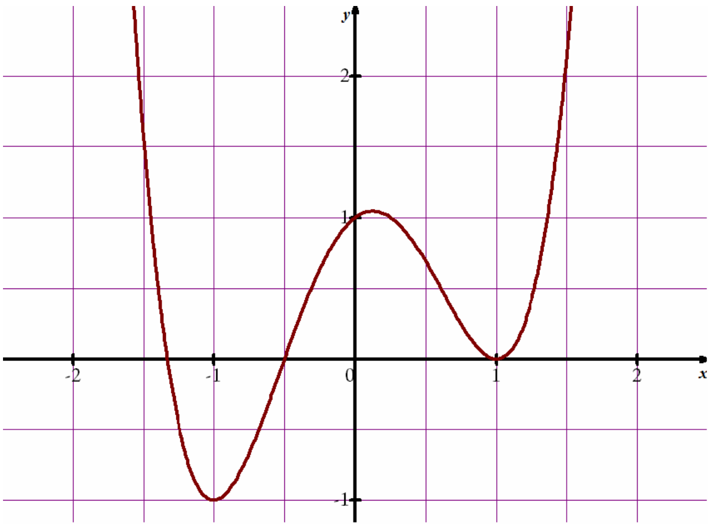
c) $\{0;5\}$

d) $\varnothing$

e) $]-11,5\ ;\ 3,5[$. En réalité : $]-4-\sqrt{56}\ ;\ -4+\sqrt{56}[$.

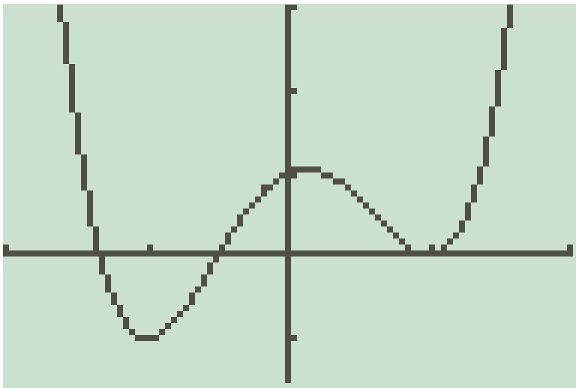
f) $]-\infty;-2[\cup[0;5]$

Exercice 12



Dans (mode), à la cinquième ligne, plutôt sélectionner « Relié ».
On rappelle que la touche « puissance » de la calculette est la touche ^.

```
WINDOW
 Xmin=-2
 Xmax=2
 Xscl=1
 Ymin=-1.5
 Ymax=3
 Yscl=1
 Xres=1
```



On donne ici les valeurs exactes, mais bien entendu, des valeurs approchées conviennent :

a) -1

b) 2

c) $-\frac{4}{3}\ ;\ -\frac{1}{2}\ ;\ 1$

d) 0 et $f\left(\frac{1}{8}\right)=\frac{8575}{8192}\approx 1,0468$

e) $\left]-\infty;-\frac{4}{3}\right[\cup\left]-\frac{1}{2};1\right[\cup]1;+\infty[$

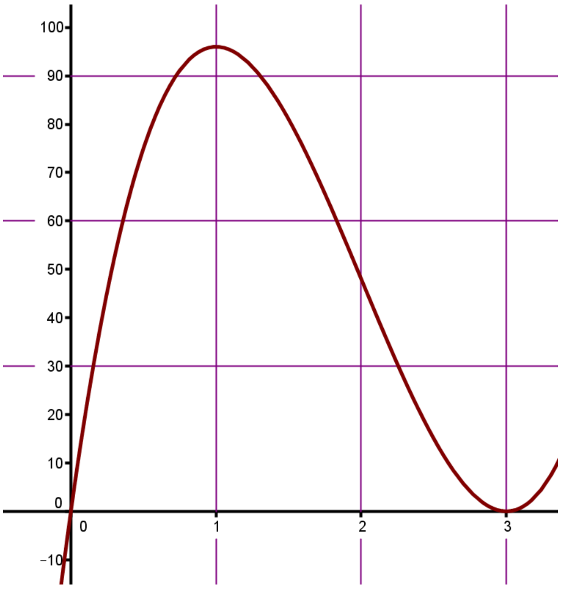
Exercice 13

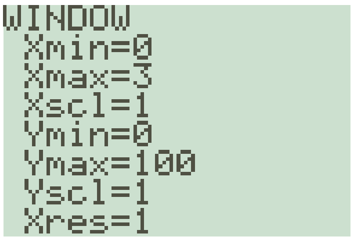
7 et -20

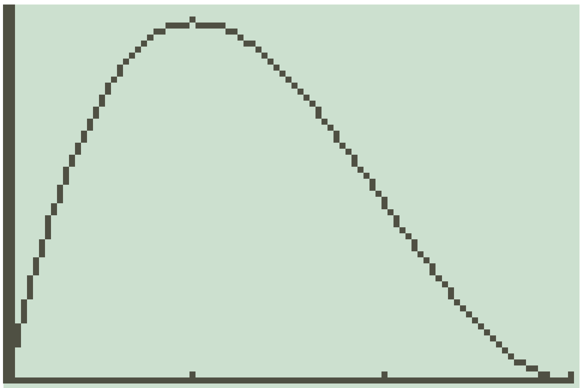
Exercice 14

a) $V(x)=x(6-2x)^2=\ \dots\ =24\left(x^3-6x^2+9x\right)$

b)



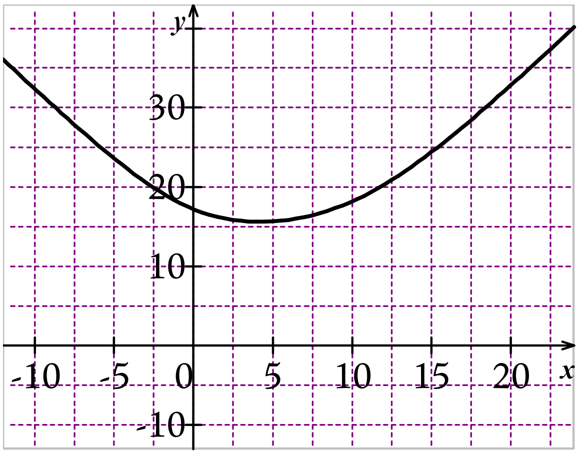




$V(x)$ semble maximal lorsque $x \approx 1$ (c'est effectivement la valeur exacte pour laquelle le volume est maximal, mais cela ne peut être prouvé par un dessin).
Or $V(1) = 96$. Donc Le volume maximal semble être d'environ 96cm^3 (c'est même la valeur exacte du volume maximal, mais cela ne peut être déduit d'une « lecture graphique »).

Exercice 15

$$L(x) = \sqrt{x^2 + 5^2} + \sqrt{(x-10)^2 + 7^2}$$



Le trajet est minimal lorsque x vaut $\frac{25}{6}$.

Intersections

Exercice 16

$\left(-1-\sqrt{2};1-\sqrt{2}\right)$ et $\left(-1+\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)$

Exercice 17

Réponse non donnée.

Exercice 18

$(-1;1)$ et $\left(\frac{3}{2};\frac{9}{4}\right)$

Exercice 19

Avec l'axe des abscisses : $\left(-\sqrt{5};0\right)$ et $\left(\sqrt{5};0\right)$

Avec l'axe des ordonnées : $(0;-5)$

Exercice 20

$\left(-2;-\frac{3}{2}\right)$ et $\left(2;\frac{3}{2}\right)$

IV- Symétries

Exercice 21

a) On démontre que f est paire.

b) Soit $h \in \mathbb{R}$.

$$f\left(\frac{1}{2}-h\right) = \ldots = h^2$$

$$f\left(\frac{1}{2}+h\right) = \ldots = h^2$$

c) Le domaine de définition de f est :

$D =]-\infty;0[\cup]0;2[\cup]2;+\infty[$

Ce ensemble est « symétrique » par rapport à 1.

Quel que soit h réel tel que $1-h \in D$, on a aussi : $1+h \in D$.

$$f(1-h) = \ldots = \frac{1}{1-h} + \frac{1}{1+h}$$

$$f(1+h) = \ldots = \frac{1}{1-h} + \frac{1}{1+h}$$

Exercice 22

a) On démontre que f est impaire.

b) Le domaine de définition de f est :

$D =]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$

Ce ensemble est « symétrique » par rapport à 2.

Quel que soit h réel tel que $2-h \in D$, on a aussi : $2+h \in D$.

$$\frac{f(2-h)+f(2+h)}{2} = \ldots = 1$$

c) Le domaine de définition de f est :

$D =]-\infty;0[\cup]0;2[\cup]2;+\infty[$

Ce ensemble est « symétrique » par rapport à 1.

Quel que soit h réel tel que $1-h \in D$, on a aussi : $1+h \in D$.

$$\frac{f(1-h)+f(1+h)}{2} = \ldots = 0$$

Γ est symétrique par rapport à $\Omega(1;0)$.

Exercice 23

Quel que soit $h \in \mathbb{R}$;

$$f(1-h) = \ldots = h^2-1$$

$$f(1+h) = \ldots = h^2-1$$

Exercice 24

Quel que soit $h \in \mathbb{R}$;

$$\frac{f(1-h)+f(1+h)}{2} = \ldots = -2$$

Γ est symétrique par rapport à $\Omega(1;-2)$.

V- Approfondissements

Exercice 25

a) $\mathcal{P}$: $x^2+(y-1)^2=(y+1)^2$

b) $x \mapsto \frac{1}{4}x^2$

Exercice 26

On se place, comme suggéré par l'énoncé, dans le repère orthonormé $\left(D;\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DA}\right)$. (On prend DC pour unité de longueur.)

Notons x l'abscisse de M et y son ordonnée.

On a : $JC = DI = x$ et : $MI = y$. De plus, $DC = 1$.

Par le théorème de Thalès dans le triangle DCJ, on a :

$$\frac{JC}{MI} = \frac{DC}{DI}$$

Donc : $\frac{x}{y} = \frac{1}{x}$

Donc : $y = x^2$

M appartient donc à la parabole d'équation $y = x^2$.

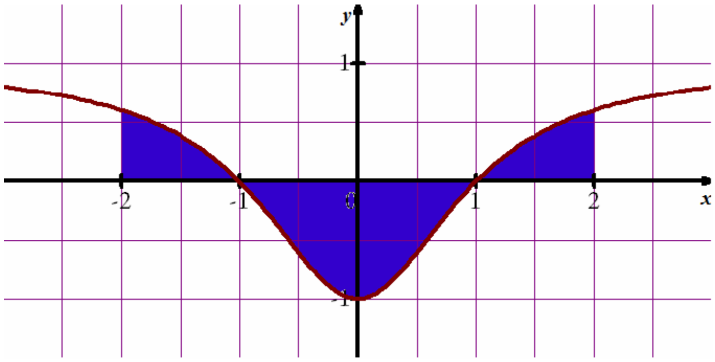
Exercice 27

$x \mapsto -\frac{3}{2}x^2 + \frac{7}{2}x$

Exercice 28

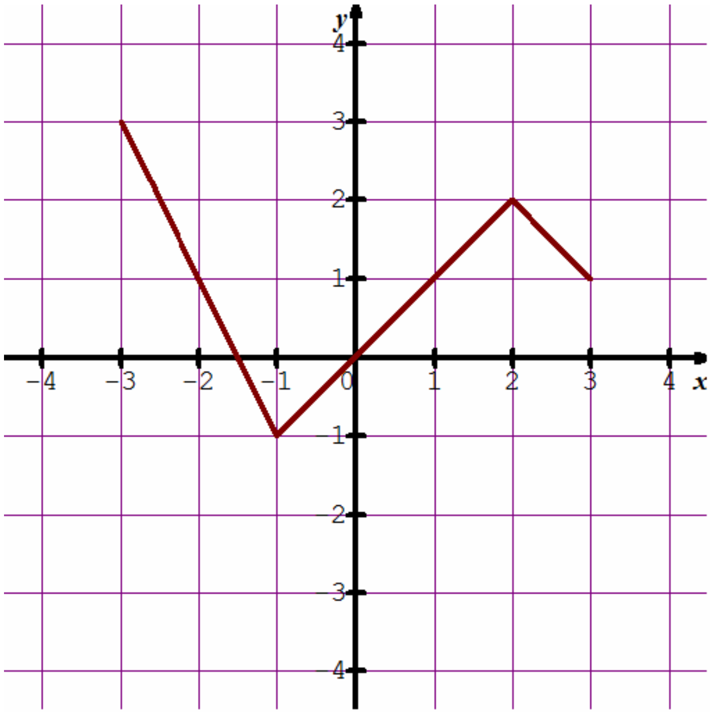
$x \mapsto \sqrt{2x-x^2}$

Exercice 29

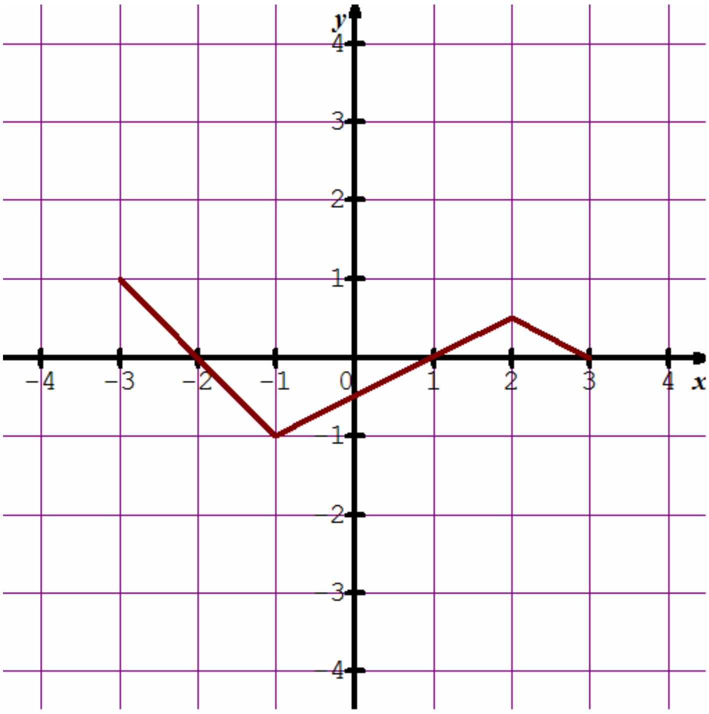


Exercice 30

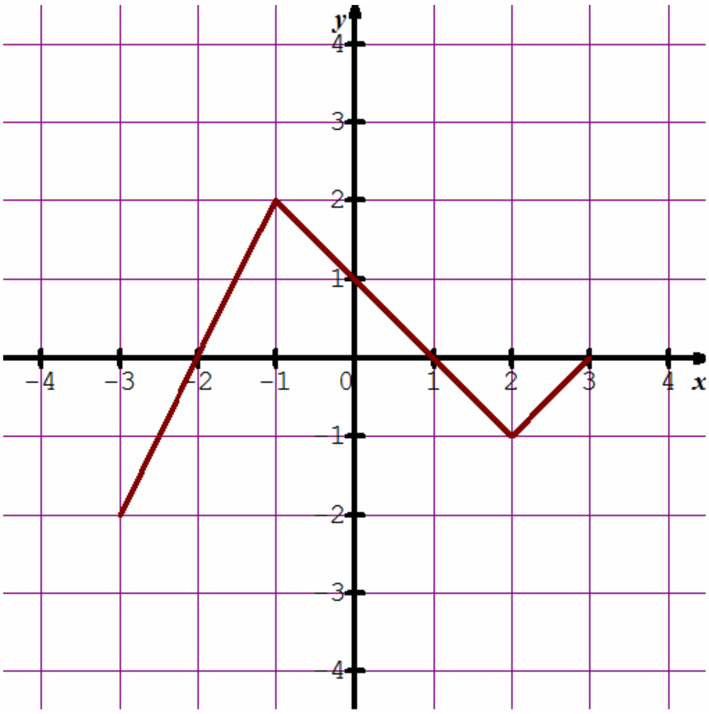
Courbe de *g* :



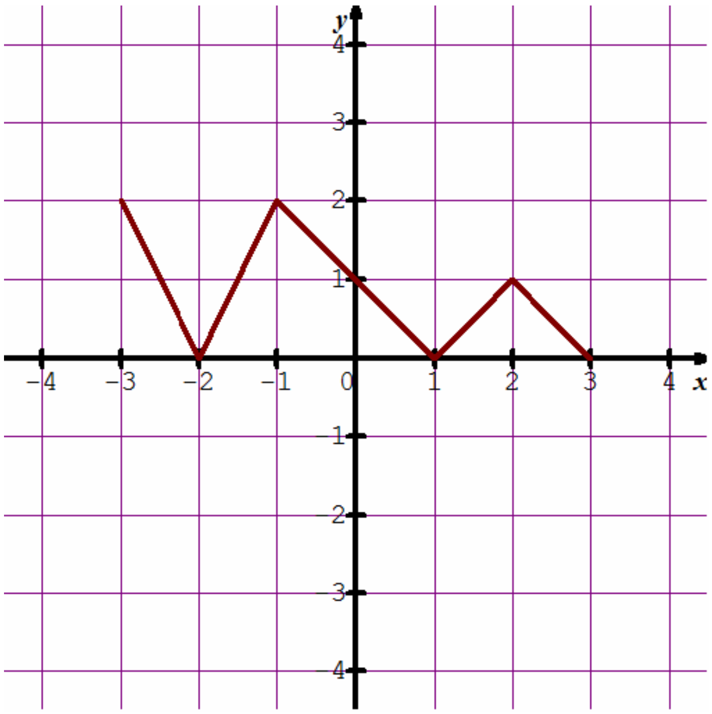
Courbe de *h* :



Courbe de *i* :



Courbe de j :



Courbe de k :